Annales de l'Université Marien NGOUABI, 2011-2012 ; 12-13 (4) : 47-60
Sciences et Techniques
ISSN : 1815 – 4433
www.annales-umng.org

CONTRIBUTION A LA MODELISATION DES ENROULEMENTS DU TRANSFORMATEUR A TROIS ENROULEMENTS

M. GOGOM, T. MOFFO, El TOKOH, J. NGUNDAM

Automation and Control Laboratory, Ecole Nationale Supérieure Polytechnique,

BP 8390, Yaoundé, Cameroun, Email: gomathurin@yahoo.fr

RESUME

Cet article propose un modèle simple et réduit du transformateur à trois enroulements qui supprime le nœud fictif créé dans le modèle existant pour les besoins de calcul de répartition de charge. Notre objectif est de réduire la taille des matrices et des équations du réseau pour la précision des résultats du load flow. L'approche proposée est testée sur le réseau électrique congolais et les résultats sont excellents et fiables.

Mots-clés *: Transformateur à trois enroulements ; Modélisation des enroulements ; Nœud fictif et load flow.*

ABSTRACT

This article proposes a simple and reduced model of the three-winding transformer which cancels the virtual node created in the existing model in order to compute the load flow. Our purpose is to reduce the power system's equations and matrices in order to bring load flow's results more accurate. The proposed approach is applied on the Congolese power system and the results are good and reliable.

Key words*: Three-Winding Transformer; Winding Modeling; Virtual Node and Load Flow.*

INTRODUCTION

L'analyse du comportement des réseaux électriques exige le calcul de répartition des charges classique. Ce calcul permet de disposer les flux de puissance et les pertes à travers les ouvrages de transit d'une part, et les modules et phases de tension aux nœuds d'autre part. Les résultats obtenus sont utiles pour le planning d'exploitation, le contrôle-commande et d'autres applications telles que le calcul des courants de court circuit et des régimes transitoires. Cependant, force est de constater que, beaucoup de réseaux électriques sont dopés des transformateurs à trois enroulements connectés en série avec les lignes de transmission, dont la modélisation est obtenue en créant un nœud fictif. La création de ce nœud supplémentaire à charge nulle pose d'énormes problèmes, notamment :

- L'augmentation du volume du travail traduite par l'augmentation du nombre d'équations non linéaires et la taille des matrices d'admittances et jacobienne. Par exemple, pour un transformateur à trois enroulements, connecté dans un réseau électrique, il y a deux équations non linéaires supplémentaires , une colonne et une ligne qui s'ajoutent pour la matrice d'admittances d'une part, deux colonnes et deux lignes qui s'ajoutent pour la matrice jacobienne d'autre part [6] ;
- Le manque de sens physique d'une des impédances des enroulements primaire, secondaire ou tertiaire, obtenue par calcul avec le signe négatif ; alors que par convention cette impédance de signe négatif prend la valeur nulle, rendant incompatible les programmes informatiques.

A cet effet, le calcul de répartition de charges classique dans les réseaux électriques réalisé grâce aux programmes informatiques très réputé pour ce genre d'opérations est assujetti aux erreurs, dont le taux est considérable.

En effet, une approche a été proposée [6]. Elle consiste à réduire la taille de matrices d'admittances par la méthode du pivot de Gauss. De cette manière le nœud fictif est supprimé, les équations aux nœuds du réseau et la taille des matrices d'admittance et jacobienne sont réduites.

Malgré cette approche, le problème de la négativité d'une des impédances des enroulements du transformateur reste entier et est sujet des doutes. Le fait d'affecter la valeur nulle à cette impédance négative continue à générer les erreurs dans les calculs et ne permet pas aux programmes informatiques de bien tourner et fournir les résultats fiables.

Dans ce document, un modèle approprié du transformateur à trois enroulements en régime permanent du réseau électrique est proposé pour simplifier l'écriture de ces programmes informatiques et rendre plus fiables les résultats. Ce modèle supprime le nœud fictif et réduit par conséquent la taille des matrices d'admittances et jacobienne d'une part, et le nombre d'équations non linéaires aux nœuds du réseau électrique d'autre part. Les impédances utilisées dans les différents programmes de calcul sont obtenues expérimentalement et approuvées par les calculs [5].

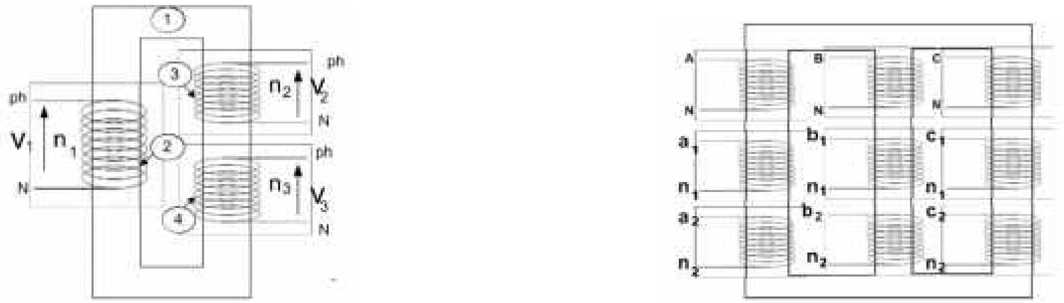
L'objectif visé dans cette étude est de développer un modèle simple et réduit du transformateur à trois enroulements qui garderait la même configuration du réseau électrique considéré afin de minimiser le volume du travail, de réduire les erreurs de calcul et de faciliter l'écriture et l'exécution des programmes informatiques.

I. - MODELE A NŒUD FICTIF

1. Principe du transformateur a trois enroulements

Un transformateur à trois enroulements est constitué d'un enroulement primaire et de deux enroulements secondaires. Il peut être monophasé ou triphasé et permet de transférer de la puissance entre trois niveaux de tension. Le sens du transfert de la puissance dépend de ce qui est connecté (générateur ou récepteur). Contrairement à un transformateur à deux enroulements, dont la puissance nominale qui entre par l'un ressort par l'autre aux pertes près, dans le transformateur à trois enroulements, les puissances nominales des divers enroulements sont généralement différentes.

Nous représentons schématiquement à la figure 1 les transformateurs à trois enroulements monophasé et triphasé.



a) monophasé b) triphasé

Figure1 : Transformateur à trois enroulements

Avec :

1 : noyau magnétique

2 : enroulement primaire

3 : enroulement secondaire (1)

4 : enroulement secondaire (2) ou tertiaire

n_1, n_2 et n_3 sont les nombre de spires respectivement aux primaire, secondaire et tertiaire

A, B et C sont les trois phases du primaire

a_1, a_2 et a_3 les trois phases du secondaire

b_1, b_2 et b_3 les trois phases du tertiaire

1.1. Lignes de champ et flux magnetique

Cas du transformateur monophasé a trois enroulements

Les lignes de champ magnétique créées par les courants i_1, i_2 et i_3 sont esquissés à la figure 2. Comme l'indique lafigure, la majeur partie de ces lignes sont ontenues dans le noyau magnétique et coupent les trois enroulements. Cependant, certaines lignes de champ se ferment à l'extérieur du noyau en ne coupant les spires que d'un seul coté de l'enroulement.

Notons par Ψ_1, Ψ_2 et Ψ_3 les flux totaux embrassés respectivement par les enroulements primaire, secondaire et tertiaire et par Φ_m le flux mutuel à la section droite du noyau magnétique. Ce flux est lié aux courants i_1, i_2 et i_3 par la relation [1, 7, 13] :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 + n_3 i_3 = R\Phi_m \qquad (1)$$

Où R est la reluctance du noyau magnétique.

Compte tenu de l'existence des deux types de lignes de champ, on peut décomposer Ψ_1, Ψ_2 et Ψ_3 en :

$$\begin{cases} \Psi_1 = \Psi_{l1} + n_1\Phi_m \\ \Psi_2 = \Psi_{l2} + n_2\Phi_m \\ \Psi_3 = \Psi_{l3} + n_3\Phi_m \end{cases} \qquad (2)$$

En combinant l'équation (1) et le système (2), on obtient :

$$\begin{cases} \Psi_1 = \frac{n_1^2}{R} i_1 + \frac{n_1 n_2}{R} i_2 + \frac{n_1 n_3}{R} i_3 + \Psi_{l1} \\ \Psi_2 = \frac{n_1 n_2}{R} i_1 + \frac{n_2^2}{R} i_2 + \frac{n_2 n_3}{R} i_3 + \Psi_{l2} \\ \Psi_3 = \frac{n_1 n_3}{R} i_1 + \frac{n_2 n_3}{R} i_2 + \frac{n_3^2}{R} i_3 + \Psi_{l3} \end{cases} \qquad (3)$$

Posons maintenant :

$\Psi_{l1} = L_{l1} i_1$; $\Psi_{l2} = L_{l2} i_2$; $\Psi_{l3} = L_{l3} i_3$ et $R = \frac{n_1^2}{L_m}$.

On obtient :

$$\begin{cases} \Psi_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 + L_{13} i_3 \\ \Psi_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 + L_{23} i_3 \\ \Psi_3 = L_{31} i_1 + L_{32} i_2 + L_{33} i_3 \end{cases} \qquad (4)$$

Avec :

$L_{11} = L_{l1} + L_m$; $L_{12} = \frac{n_2}{n_1} L_m$ et $L_{13} = \frac{n_3}{n_1} L_m$

$L_{21} = \frac{n_2}{n_1} L_m$; $L_{22} = L_{l2} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 L_m$ et $L_{23} = \frac{n_2 n_3}{n_1^2} L_m$

$L_{31} = \frac{n_3}{n_1} L_m$; $L_{32} = \frac{n_2 n_3}{n_1^2} L_m$ et $L_{33} = L_{l3} + \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 L_m$

Le système (4) ci-dessus peut s'écrire sous la forme matricielle ainsi qu'il suit :

$$\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{31} & L_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{pmatrix} \qquad (5)$$

Cas d'un transformateur triphase a trois enroulements

Le schéma de base d'un transformateur triphasé à trois enroulements est le même qu'à la figure 1.b. Les bornes $A - N$; $B - N$ et $C - N$ appelées phases constituent l'enroulement primaire, tandis que $a_1 - n$, $b_1 - n$ et $c_1 - n$ puis $a_2 - n$, $b_2 - n$ et $c_2 - n$ constituent respectivement les enroulements secondaire et tertiaire.

Lorsque le transformateur triphasé à trois enroulements est supposé symétrique, les études des lignes de champ et du flux qui en résulte du passage du courant peuvent portées sur un seul noyau, faisant office d'un transformateur monophasé à trois enroulements. En effet, on retrouve les mêmes phénomènes et surtout la même équation matricielle de flux pour une phase et dont les deux autres seront les mêmes, seulement décalées de $\frac{2\pi}{3}$.

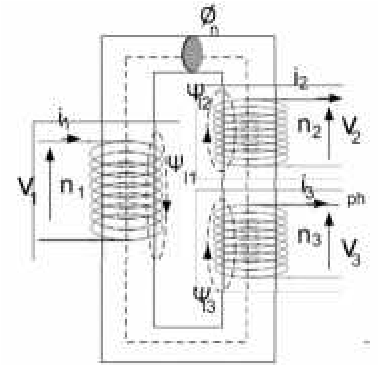


Figure 2 : Schéma indiquant le sens des lignes

Champ magnétique

1.2. Tensions aux bornes des enroulements

Cas d'un transformateur monophasé a trois enroulements

Les courants i_1, i_2 et i_3 qui circulent dans chaque enroulement du transformateur sont liés aux tensions v_1, v_2 et v_3 aux bornes de ses enroulements par les relations (1), (4) et (5):

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \\ v_2 = r_2 i_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} \\ v_3 = r_3 i_3 + \frac{d\Psi_3}{dt} \end{cases} \qquad (6)$$

En combinant les équations (4) et (6), nous obtenons :

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt} + L_{13}\frac{di_3}{dt} \\ v_2 = r_2 i_2 + L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt} + L_{23}\frac{di_3}{dt} \\ v_3 = r_3 i_3 + L_{31}\frac{di_1}{dt} + L_{32}\frac{di_2}{dt} + L_{33}\frac{di_3}{dt} \end{cases} \qquad (7)$$

Cas d'un transformateur triphase a trois enroulements

Lorsque le transformateur triphasé à trois enroulements est supposé équilibrer, l'examen des tensions aux bornes des enroulements peut être porté sur un seul noyau magnétique comme dans le cas des études des lignes de champ et du flux magnétiques.

En effet, nous retrouvons les mêmes expressions de tension aux bornes des enroulements pour chaque phase. Par conséquent, chaque phase peut être considérée comme un transformateur monophasé.

2. Modèle à nœud fictif

Le modèle à nœud fictif est le modèle existant et couramment utilisé dans les programmes informatiques. Il est déduit du système d'équations (7). En examinant chaque équation du système, on obtient aisément le schéma représenté à la figure 3 (équations 5 et 6).

En effet, les impédances z_1, z_2 et z_3, chacune considérée dans sa base de tension, sont utilisées dans l'écriture des programmes informatiques à l'instar de celles des lignes de transmission et le point fictif 0 est un nœud de charge nulle.

2.1. Relations entre courants et tensions

Exprimons d'abord les relations existant entre les courants et tensions. En tenant compte des sens du courant indiqués sur la figure 3, on a (équation 6):

$$\begin{cases} I_1 = Y_1V_1 - Y_1V_0 \\ I_2 = Y_2V_2 - Y_2\frac{V_0}{n_{12}} \\ I_3 = Y_3V_3 - Y_3\frac{V_0}{n_{13}} \\ 0 = -Y_1V_1 - Y_2V_2 - Y_3V_3 + \left(Y_1 + \frac{Y_2}{n_{12}} + \frac{Y_3}{n_{13}} + Y_\mu\right)V_0 \end{cases} \quad (8)$$

La forme matricielle de ce système d'équations est donnée par:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_1 & 0 & 0 & -Y_1 \\ 0 & Y_1 & 0 & -Y_2/n_{12} \\ 0 & 0 & Y_1 & -Y_3/n_{13} \\ -Y_1 & -Y_2 & -Y_3 & Y_1 + Y_2/n_{12} + Y_3/n_{13} + Y_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

2.2. Equations d'écoulement de puissance

Les équations d'écoulement de flux de puissance pour ce modèle sont données par :

$$\begin{aligned} S_1 &= V_1I_1^* \\ S_2 &= V_2I_2^* \\ S_3 &= V_3I_3^* \\ S_0 &= V_0I_0^* \end{aligned} \quad (10)$$

Après le développement et séparation en puissances active et réactive, nous obtenons :

$$P_1 = Y_1V_1^2\cos\alpha_1 + V_1V_0Y_1\cos(\theta_1-\theta_0-\alpha_1)\ ;$$

$$Q_1 = Y_1V_1^2\sin\alpha_1 + V_1V_0Y_1\sin(\theta_1-\theta_0-\alpha_1)\ ;$$

$$P_2 = Y_2V_2^2\cos\alpha_2 + V_2V_0Y_2\cos(\theta_1-\theta_0-\alpha_2)\ ;$$

$$Q_2 = Y_2V_2^2\sin\alpha_1 + V_2V_0Y_2\sin(\theta_2-\theta_0-\alpha_2)\ ;$$

$$P_3 = Y_3V_3^2\cos\alpha_3 + V_3V_0Y_3\cos(\theta_3-\theta_0-\alpha_3)\ ;$$

$$Q_3 = Y_3V_3^2\sin\alpha_3 + V_3V_0Y_3\sin(\theta_3-\theta_0-\alpha_3)\ ;$$

$$P_0 = (Y_1+Y_\mu+Y_2{'}+Y_3{'})V_0^2\cos\beta + V_1V_0Y_1\cos(\theta_0-\theta_1-\alpha_1) + V_2V_0Y_2\cos(\theta_0-\theta_2-\alpha_2) + V_3V_0Y_3\cos(\theta_0-\theta_3-\alpha_3)\ ;$$

$$Q_0 = (Y_1+Y_\mu+Y_2{'}+Y_3{'})V_0^2\sin\beta + V_1V_0Y_1\sin(\theta_0-\theta_1-\alpha_1) + V_2V_0Y_2\sin(\theta_0-\theta_2-\alpha_2) + V_3V_0Y_3\sin(\theta_0-\theta_3-\alpha_3)\ ;$$

Avec : $Q_0 = Y_3V_3^2\sin\alpha_3 + V_3V_0Y_3\sin(\theta_3-\theta_0-\alpha_3)$

$\beta = \arg(Y_1+Y_\mu+Y_2{'}+Y_3{'})$; $Y_2' = Y_2\frac{V_0}{n_{12}}$ et $Y_3' = Y_3\frac{V_0}{n_{13}}$

II. - MODELE PROPOSE

Le modèle proposé est le modèle à deux transformateurs. Il est déduit du modèle à nœud fictif. Il est réduit le volume du travail et permet de gagner en temps et de minimiser les erreurs de calcul. A partir du schéma de la figure 3, on ramène les impédances des enroulements secondaire et tertiaire au primaire ou on ramène l'impédance du primaire respectivement au secondaire et au tertiaire tel que c'est représenté à la figure 4 (équations 4 et 5).

1. Relations entre courants et tensions

Lorsque l'impédance du primaire est ramenée respectivement aux secondaire et tertiaire; les courants primaire, secondaire et tertiaire peuvent s'exprimés en fonction des tensions à ces bornes ainsi qu'il suit (équations 6, 8 et 10):

$$\begin{cases} I_1 = \left(Y_\mu + \frac{Y_{21}}{n_{21}} + \frac{Y_{31}}{n_{31}}\right)V_1 - Y_{21}\frac{V_2}{n_{21}} - Y_{31}\frac{V_3}{n_{31}} \\ I_2 = -Y_{21}\frac{V_1}{n_{12}} + Y_{21}V_2 \\ I_3 = -Y_{31}\frac{V_1}{n_{13}} + Y_{31}V_3 \end{cases} \qquad (13)$$

Ce système sous la forme matricielle s'écrit :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_\mu + \frac{Y_{21}}{n_{21}} + \frac{Y_{31}}{n_{31}} & -\frac{Y_{21}}{n_{21}} & -\frac{Y_{31}}{n_{31}} \\ -\frac{Y_{21}}{n_{12}} & Y_{21} & 0 \\ -\frac{Y_{31}}{n_{31}} & 0 & Y_{31} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Les équations d'écoulement de puissance à chaque nœud sont définies par les relations ci-après :

$$\begin{aligned} S_1 &= V_1 I_1^* \\ S_2 &= V_2 I_2^* \\ S_3 &= V_3 I_3^* \end{aligned} \quad (15)$$

Après avoir développé et séparé en puissances actives et réactives les expressions 15, on obtient :

$$P_1 = \left(Y_\mu + \frac{Y_{21}}{n_{21}} + \frac{Y_{31}}{n_{31}}\right) V_1^2 \cos\delta + V_1 V_2 Y_{21} \cos(\theta_1 - \theta_2 - \alpha_{21})$$
$$+ V_1 V_3 Y_{31} \cos(\theta_1 - \theta_3 - \alpha_{31}) ;$$
$$Q_1 = \left(Y_\mu + \frac{Y_{21}}{n_{21}} + \frac{Y_{31}}{n_{31}}\right) V_1^2 \sin\delta + V_1 V_2 Y_{21} \sin(\theta_1 - \theta_2 - \alpha_{21})$$
$$+ V_1 V_3 Y_{31} \sin(\theta_1 - \theta_3 - \alpha_{31}) ;$$
$$P_2 = Y_{21} V_2^2 \cos\alpha_{21} + V_2 V_1 Y_{21} \cos(\theta_2 - \theta_1 - \alpha_{21}) ;$$
$$Q_2 = Y_{21} V_2^2 \sin\alpha_{21} + V_2 V_1 Y_{21} \sin(\theta_2 - \theta_1 - \alpha_{21}) ;$$
$$P_3 = Y_{31} V_3^2 \cos\alpha_{31} + V_3 V_1 Y_{31} \cos(\theta_3 - \theta_1 - \alpha_{31}) ;$$
$$Q_3 = Y_{31} V_3^2 \sin\alpha_{31} + V_3 V_1 Y_{31} \sin(\theta_3 - \theta_1 - \alpha_{31}).$$

Avec :

$\delta = \arg(Y_\mu + Y_{21}' + Y_{31}')$; $Y_{21}' = Y_{21} \frac{Y_{21}}{n_{21}}$ et $Y_{31}' = \frac{Y_{31}}{n_{31}}$

Lorsque les impédances du secondaire et du tertiaire sont ramenées au primaire; les courants primaire, secondaire et tertiaire peuvent s'exprimés en fonction des tensions à ces bornes ainsi qu'il suit:

$$\begin{cases} I_1 = (Y_\mu + Y_{12} + Y_{13}) V_1 - n_{12} Y_{12} V_2 - n_{13} Y_{13} V_3 \\ I_2 = -n_{12} Y_{12} V_1 + n_{12} Y_{12} V_2 \\ I_3 = -n_{13} Y_{13} V_1 + n_{13} Y_{13} V_3 \end{cases} \quad (17)$$

La forme matricielle de ce système est donnée par l'expression ci-après :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_\mu + Y_{12} + Y_{13} & -n_{12}Y_{12} & -n_{13}Y_{13} \\ -n_{12}Y_{12} & n_{12}Y_{12} & 0 \\ -n_{13}Y_{13} & 0 & n_{13}Y_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} \qquad (18)$$

2. Equations d'écoulement de puissance

Les équations d'injection et d'absorption des puissances sont par analogie :

$$\begin{aligned} S_1 &= V_1 I_1^* \\ S_2 &= V_2 I_2^* \\ S_3 &= V_3 I_3^* \end{aligned} \qquad (19)$$

Le développement et la séparation en puissances actives et réactives de ces équations donnent :

$$P_1 = \left(Y_\mu + Y_{12} + Y_{31}\right)V_1^{\,2}\cos\gamma + V_1V_2Y_{12}\cos(\theta_1 - \theta_2 - \alpha_{12})$$
$$+V_1V_3Y_{13}\cos(\theta_1 - \theta_3 - \alpha_{13})\ ;$$
$$Q_1 = \left(Y_\mu + Y_{12} + Y_{31}\right)V_1^{\,2}\sin\gamma + V_1V_2Y_{12}\sin(\theta_1 - \theta_2 - \alpha_{12})$$
$$+V_1V_3Y_{13}\sin(\theta_1 - \theta_3 - \alpha_{13});$$
$$P_2 = Y_{12}V_2^{\,2}\cos\alpha_{12} + V_2V_1Y_{12}\cos(\theta_2 - \theta_1 - \alpha_{12})\ ;$$
$$Q_2 = Y_{12}V_2^{\,2}\sin\alpha_{12} + V_2V_1Y_{12}\sin(\theta_2 - \theta_1 - \alpha_{12})\ ;$$
$$P_3 = Y_{13}V_3^{\,2}\cos\alpha_{13} + V_3V_1Y_{13}\cos(\theta_3 - \theta_1 - \alpha_{13})\ ;$$
$$Q_3 = Y_{13}V_3^{\,2}\sin\alpha_{13} + V_3V_1Y_{13}\sin(\theta_3 - \theta_1 - \alpha_{13}).$$

Avec :

$$\delta = \arg\left(Y_\mu + Y_{12} + Y_{13}\right).$$

Nous remarquons que les systèmes 12, 16 et 20 sont des systèmes d'équations non linéaires, par conséquent, elles doivent être résolues itérativement par la méthode de Newton-Raphson ou de Gauss-Seidel.

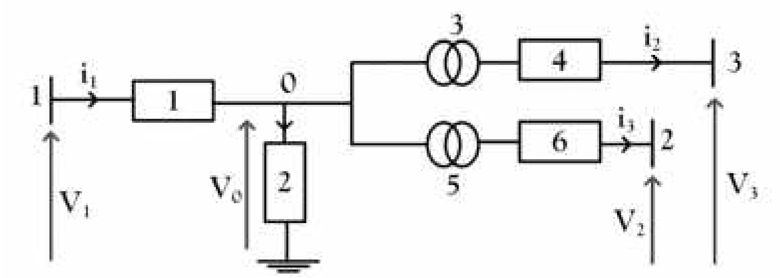


Figure 3 : Modèle à nœud fictif

Où v_1, v_2 *et* v_3 *sont les tensions respectivement aux primaire, secondaire et tertiaire ;*

Les branches $1-0$, $0-2$ *et* $0-3$ *représentent, respectivement, les enroulements primaire, secondaire et tertiaire, et font office des lignes de transmission,* 0 *étant le point fictif.*

1 *est l'impédance complexe de l'enroulement primaire définie par* $z_1 = r_1 + ix_1$ *;*

2 *est l'impédance magnétisante complexe définie par* $z_\mu = r_\mu + ix_\mu$ *;*

3 *est le transformateur idéal primaire-secondaire ;*

4 *est l'impédance complexe de l'enroulement secondaire définie par* $z_2 = r_2 + ix_2$ *;*

5 *est le transformateur idéal primaire-tertiaire ;*

6 *est l'impédance complexe de l'enroulement tertiaire définie par* $z_3 = r_3 + ix_3$.

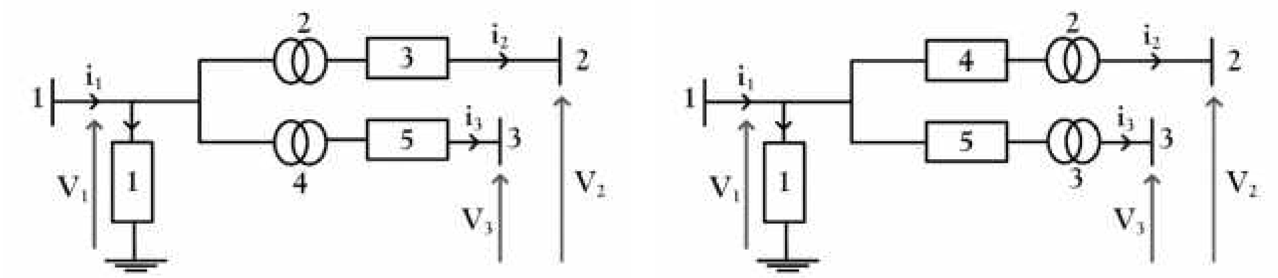


Figure 4 : Modèle à deux transformateurs :
a) Paramètres ramenés au secondaire et au tertiaire *b) Paramètres ramenés au primaire*.

1 *est l'impédance magnétisante, gardant la même valeur que précédemment ;*

2 *et* 3 *sont respectivement les transformateurs idéaux primaire-secondaire et primaire-tertiaire ;*

4 *est l'impédance ramenée au secondaire définie par :*

$$Z_{21} = R_{21} + iX_{21} = r_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 r_1 + i\left(x_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 x_1\right) ;$$

5 *est l'impédance ramenée au tertiaire définie par :*

$$Z_{31} = R_{31} + iX_{31} = r_3 + \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 r_1 + i\left(x_3 + \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 x_1\right) ;$$

Lorsque les paramètres sont ramenés au primaire :

1, 2 *et* 3 *sont les mêmes ;*

4 *est l'impédance du primaire lorsque l'impédance du secondaire est ramenée au primaire:*

$$Z_{12} = R_{12} + iX_{12} = r_1 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 r_2 + i\left(x_1 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 x_2\right) ;$$

5 *est l'impédance du primaire lorsque l'impédance du tertiaire est ramenée au primaire :*

$$Z_{13} = R_{13} + iX_3 = r_1 + \left(\frac{n_1}{n_3}\right)^2 r_3 + i\left(x_1 + \left(\frac{n_1}{n_3}\right)^2 x_3\right) ;$$

En effet, ce sont ces impédances Z_{12} *et* Z_{13}*ou* Z_{21}*et* Z_{31}*qui sont utilisés pour écrire les programmes informatiques à l'instar de celles des lignes de transmission.*

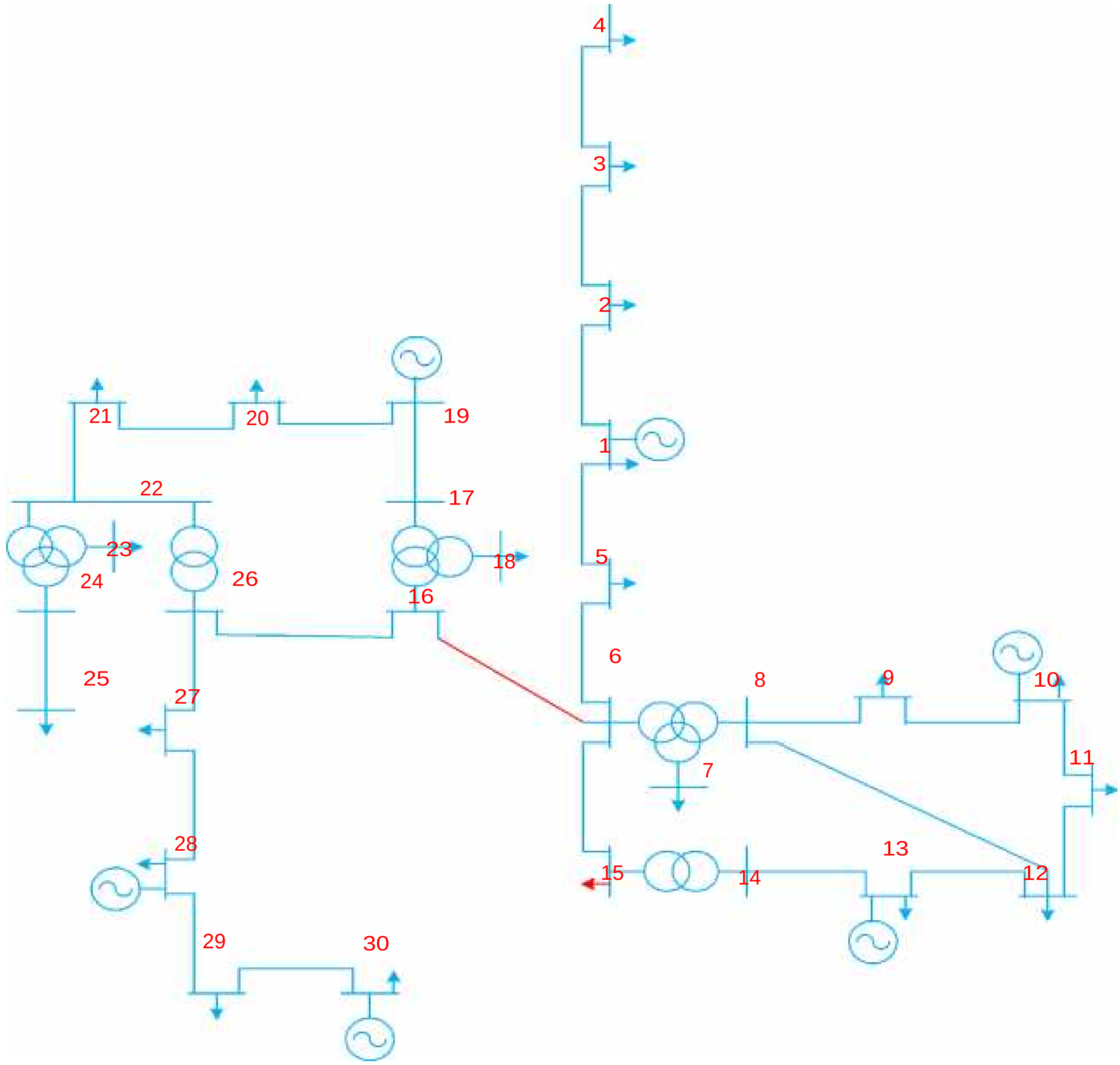


Figure 5 : Réseau électrique congolais interconnecté 30 nœuds

III. - SIMULATIONS ET RESULTATS

Le test de validation de notre approche est fait sur le réseau électrique congolais interconnecté. Ce réseau comporte trente nœuds; vingt trois lignes de transmission ; cinq transformateurs montés en série avec les lignes de transmission, dont trois à trois enroulements et deux à deux enroulements.

Le réseau électrique congolais interconnecté est représenté à la figure 5, il est parfaitement modélisé et tous les paramètres sont exprimés en pu. Les transformateurs à trois enroulements sont modélisés de deux façons pour les besoins de comparaison. Nous simulons l'ensemble du réseau électrique congolais, d'abord lorsque tous les transformateurs à trois enroulements sont modélisés en ajoutant un nœud fictif et en suite nous le simulons également dans le cadre de l'approche proposée.

Au regard de la nature non linéaire des équations d'écoulement de flux de puissance, nous utilisons l'algorithme itératif de Newton Raphson pour le calcul de répartition de charges classique à cause de sa précision de calcul par rapport celui de Gauss-Seidel. Cet algorithme est implémenté dans l'environnement Matlab.

Les résultats de simulations de deux modèles du transformateur à trois enroulements sont présentés dans le tableau I et exprimés en pu. Dans ce tableau, nous faisons ressortir les tensions aux bornes de chaque enroulement et les pertes dans le transformateur. Nous avons fait le test sur les transformateurs à trois enroulements raccordés respectivement aux nœuds : 8-9-10 ; 18-19-20 et 24-25-26.

Tableau 1 : Comparaison des résultats de simulation du réseau compensé

nœuds	V_1		V_2		V_3		ΔP_t		ΔQ_t	
	Nœud fictif	Deux transf	nœud fictif	deux transf.	nœud fictif	deux transf.	nœud fictif	deux transfo	nœud fictif	deux transf.
8-9-10	1.0182	1.0177	0.9929	0.9824	0.9947	1.0207	0.0008	0.0006	0.0238	0.0210
18-19-20	1.0211	1.0213	1.0203	1.0080	1.0140	1.0060	0.0003	0.0002	0.0085	0. 0057
24-25-26	0.9723	0.9882	0. 9451	0. 9566	0. 9452	0. 9955	0.0009	0. 0004	0.0162	0. 0067

CONCLUSION

Le tableau ci-dessus, dans lequel sont présentés les résultats de simulations justifie bien l'approche proposée. Les tensions primaire, secondaire et tertiaire et les pertes totales pour chaque transformateur à trois enroulements sont en duo. D'abord, les valeurs de tensions pour le modèle à nœud fictif et en suite les valeurs de tensions pour le modèle proposé. D'après ce tableau, nous remarquons que :

Les écarts de tensions entre les deux méthodes sont de quelques centièmes près d'une part, et les pertes totales dans le transformateur pour l'une ou l'autre méthode s'écartent de quelques millièmes près d'autre part ;

Le modèle à nœud fictif converge presqu'à 15 itérations pour une durée approximative de 16 secondes ; cependant, le modèle à deux transformateurs converge à 19 itérations pour une durée relative de 12 secondes.

Ces imperfections sont dues :

- d'une part, à la mauvaise appréciation d'une des impédances des enroulements du transformateur, souvent de valeur négative, adoptée comme nulle par convention, entraînant en conséquence les erreurs de calcul ;
- d'autre part, à l'augmentation de la taille des matrices d'admittances et jacobienne, occasionnant un temps de calcul important, malgré le nombre d'itérations réduit.

Dans le cadre de la recherche de la performance, le modèle à deux transformateurs est mieux indiqué par rapport au modèle à nœud fictif à cause de la précision des résultats et de la réduction du temps de calcul. D'ailleurs, cela est justifié part la détermination expérimentale des impédances ramenées Z_{12}, Z_{13} et Z_{23} ou Z_{21}, Z_{31} et Z_{32} plus aisée que celle des impédances Z_1 ,

Z_2 et Z_3 de chaque enroulement qui sont déduites des impédances ramenées ou une sur trois est de signe négatif perdant ainsi le sens physique.

BIBLIOGRAPHIE

1. Inductances et Transformateurs. beams.ulb.ac.be/beams/…/élec…/CHAP3-ELE-H-300.pdf;
2. Sabonnadiere J.-C. et Hadjssaïd N., 2007. Lignes et réseaux électriques 1, Collection sciences et technologies de l'énergie électrique. Paris : Editions Hermès Science-Lavoisier.
3. Sabonnadiere J.-C. et Hadjssaïd N., 2008. Lignes et réseaux électriques 2, Collection sciences et technologies de l'énergie électrique. Paris : Editions Hermès Science-Lavoisier.
4. Barret J.-P., Bornard P. et Meyer B., 1997. Simulation des réseaux électriques. Paris : Editions Eyrolles.
5. Seguier G. et Notelet F., 1994. Electrotechnique industrielle. Paris : Editions Technique et Documentation.
6. Enrique A., Claudio R., Fuerte-Esquivel, Hugo A.-P. et Cesar A.-C., 2005. Modelling and Simulation in Power Networks. Londo: John Wiley &Sons.
7. Transformateurs de puissance. beams.ulb.ac.be/beams/…/élec029…/CHAP6-ELE-H-300.pdf.
8. Ahmad A., 1992. Contribution à la modélisation des transformateurs de puissance et de leur comportement en haute fréquence. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
9. Mathys P. et Prohoroff S., 2000. Modélisation et simulation de transformateur pour alimentation à découpage. Thèse de doctorat , Université Libre de Bruxelles.
10. Gerex S., 2003. Metaheuristiques appliquées au placement optimal des dispositifs FACTS dans un réseau électrique. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
11. Darcherif A.M., Prigent S., Dellule J.M., Magnier P. et Scheurer D., 2004. Modélisation magnéto-thermo-hydrodynamique dans une cuve du transformateur de puissance. Optimisation d'un système contre l'explosion des transformateurs. 5ème conférence Francophone de modélisation et simulation du 1 au 3 septembre.
12. Fulchiron D., 1998. Protection des transformateurs de puissance MT/BT. Cahier technique 192. Paris : Editions Schneider.
13. Multon B. Modèles électriques du transformateur électromagnétique. Article, Antenne de Bretagne de l'Ecole Supérieure de Cachan.
14. ABB Transformateurs de distribution de forte puissance.ww05.abb.com/…/1LAA101003AA FR_Large-Distribution-Transformer.
15. Transformateur avec régleur en charge. http://www.tsv.transfo.com/index.mc.régleur-en-charge-cpc-cpec-oltc-ltc.
16. Transformateur avec régleur en charge. http://www.tsv.transfo.com/index.mc.huile-isolant-transformateur.rub_id